Aufgabe 1 - Pflichtteil

Die erste Aufgabe im Pflichtteil beschäftigt sich fast immer mit dem Bilden von Ableitungen.

Dazu muss man die entsprechenden Ableitungsregeln beherrschen, nämlich:

- die Ableitung elementarer Funktionen
- die Produktregel
- die Kettenregel

Ableitung elementarer Funktionen

f(x)	f'(x)
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
e^x	e^x
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$

Rechenregeln

Rechenregel	f(x)	f'(x)
Konstanter Faktor:	$c \cdot u(x)$	$c \cdot u'(x)$
Summenregel:	$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
Produktregel:	$u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
Kettenregel:	$u\big(v(x)\big)$	$u'\big(v(x)\big) \cdot v'(x)$

Die Quotientenregel kommt im G8-Abitur nicht mehr vor.

Erläuterung der Kettenregel

Bei einer zusammengesetzten Funktion der Form $f(x) = u(v(x))$ müssen Sie erkennen lernen, welches die „äußere" und welches die „innere" Funktion ist.

- Bei $f(x) = \ln(x^2)$ ist $\ln(x)$ außen und x^2 innen. Also ist $f'(x) = \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{2}{x}$.
- Bei Potenzfunktionen ist die Basis die innere Funktion. $f(x) = (\sin(x))^3 \Rightarrow f'(x) = 3(\sin(x))^2 \cdot \cos(x)$.
- Bei Exponentialfunktionen ist der Exponent die innere Funktion. $f(x) = e^{2x} \Rightarrow f'(x) = 2e^{2x}$.

TIPP 1

Wenn eine Funktion mit einem Nenner abgeleitet werden soll, so schreiben Sie die Funktion zunächst in die „Hoch-Minus-Schreibweise“ um!

Warum?

Weil Sie dann die Potenzregel beim Ableiten verwenden können!

Beispiel:

$$f(x) = \frac{1}{(2x-5)^3} = (2x-5)^{-3}$$

$$f'(x) = -3(2x-5)^{-4} \cdot 2 = -\frac{6}{(2x-5)^4}$$

TIPP 2

Wenn Sie eine Wurzel ableiten müssen, wandeln Sie die Wurzel zunächst in die Potenzschreibweise um ($\sqrt{x}$ ist dasselbe wie $x^{\frac{1}{2}}$).

Wenden Sie anschließend wieder die Potenzregel an!

Beispiel:

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2} = (2x^2 + 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x^2 + 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 4x = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 2}}$$

Übungen zum Ableiten

1) $f(x) = x^2 \cdot e^x$

2) $f(x) = e^{x/2}$

3) $f(x) = \sin\left(\ln(x)\right)$

4) $f(x) = \left(\sqrt{3x} + 1\right)^2$

5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+2}}$

Übungen zum Ableiten

Lösungen:

1) $f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x(x^2 + 2\mathrm{x})$

2) $f'(x) = \frac{1}{2} e^{x/2}$

3) $f'(x) = \cos(\ln(x)) \cdot \frac{1}{x}$

4) $f'(x) = 2(\sqrt{3x} + 1) \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{3x} + 1) \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+2}} = (4x + 2)^{-\frac{1}{2}}$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}(4x + 2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 4 = -\frac{2}{(4x+2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{\left(\sqrt{4x+2}\right)^3}$$

Aufgaben – Pflichtteile

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2006):

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}\sin(4x^2)$.

(2 VP)

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2007):

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \left(1 + \sin(x)\right)^2$.

(2 VP)

Aufgaben – Pflichtteile

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2010):

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2 - 3x)e^{-x}$ und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

(2 VP)

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2017):

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot e^{x+1}$.

(1 VP)

Lösungen

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2006):

$$f(x) = \frac{1}{8}\sin(4x^2)$$

$$\underline{f'(x)} = \frac{1}{8}\cos(4x^2) \cdot 8x = \underline{x \cdot \cos(4x^2)}$$

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2007):

$$f(x) = \left(1 + \sin(x)\right)^2$$

$$\underline{f'(x) = 2 \cdot \left(1 + \sin(x)\right) \cdot \cos(x)}$$

Lösungen

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2010):

$$f(x) = (2 - 3x)e^{-x}$$

$$\underline{f'(x)} = -3e^{-x} + (2 - 3x) \cdot e^{-x} \cdot (-1) = \underline{e^{-x}(3x - 5)}$$

Aufgabe 1 (Pflichtteil 2017):

$$f(x) = x^2 \cdot e^{x+1}$$

$$\underline{f'(x)} = 2x \cdot e^{x+1} + x^2 \cdot e^{x+1} = \underline{e^{x+1}(2x + x^2)}$$